ЗАКОНЫ ЛОГИКИ

$A = A$ — *закон тождества;*

$A \,\&\, \overline{A} = 0$ — *вторая форма закона непротиворечия;*

$A \vee \overline{A} = 1$ — *закон исключенного третьего;*

$\overline{\overline{A}} = A$ — *закон двойного отрицания.*

Свойства констант

$\overline{0} = 1;$ $\overline{1} = 0;$

$A \vee 0 = A;$ $A \,\&\, 0 = 0;$

$A \vee 1 = 1;$ $A \,\&\, 1 = A.$

Законы идемпотентности

$A \vee A = A;$ $A \,\&\, A = A.$

Законы коммутативности

$A \vee B = B \vee A;$ $A \,\&\, B = B \,\&\, A.$

Законы ассоциативности

$A \vee (B \vee C) = (A \vee B) \vee C;$ $A \,\&\, (B \,\&\, C) = (A \,\&\, B) \,\&\, C.$

Законы дистрибутивности

$A \vee (B \,\&\, C) = (A \vee B) \,\&\, (A \vee C);$ $A \,\&\, (B \vee C) = (A \,\&\, B) \vee (A \,\&\, C).$

Законы поглощения

$A \vee (A \,\&\, B) = A;$ $A \,\&\, (A \vee B) = A.$

Законы де Моргана

$\overline{A \vee B} = \overline{A} \,\&\, \overline{B};$ $\overline{A \,\&\, B} = \overline{A} \vee \overline{B}.$

Правила замены операции импликации

$A \Rightarrow B = \overline{A} \vee B;$ $A \Rightarrow B = \overline{B} \Rightarrow \overline{A}.$

Правила замены операции эквивалентности

$$A \Leftrightarrow B = (A \,\&\, B) \vee (\overline{A} \,\&\, \overline{B});$$

$$A \Leftrightarrow B = (A \vee \overline{B}) \,\&\, (\overline{A} \vee B);$$

$$A \Leftrightarrow B = (A \Rightarrow B) \,\&\, (B \Rightarrow A).$$

<u>Импликацию</u> **можно выразить через *<u>дизъюнкцию</u>* и *<u>отрицание</u>*:**

$$A \rightarrow B = \overline{A} \vee B.$$

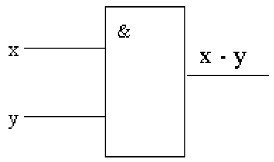
<u>Эквиваленцию</u> **можно выразить через *<u>отрицание</u>*, *<u>дизъюнкцию</u>* и *<u>конъюнкцию</u>*:**

$$A \leftrightarrow B = (\overline{A} \vee B) \cdot (\overline{B} \vee A).$$

Ханнанова С.Т. , учитель информатики и ИКТ высшей квалификационной категории,
«Лицей №78 им.А.С.Пушкина, город Набережные Челны, Республика Татарстан

С х е м а   И

Схема И реализует конъюнкцию двух или более логических значений.



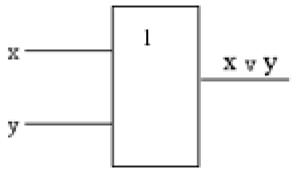
x	y	x·y
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

Единица на выходе схемы И будет тогда и только тогда, когда на всех входах будут единицы. Когда хотя бы на одном входе будет ноль, на выходе также будет ноль.

z = x·y   обозначается знаком “&”   and.

С х е м а   ИЛИ

Схема ИЛИ реализует дизъюнкцию двух или более логических значений.



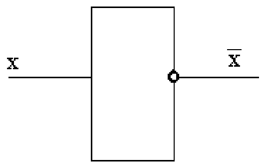
x	y	x v y
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

Когда хотя бы на одном входе схемы ИЛИ будет единица, на её выходе также будет единица.

z = x v y   обозначение “1”

С х е м а   НЕ

Схема НЕ (инвертор) реализует операцию отрицания.



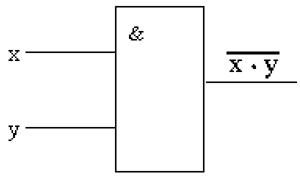
x	x
0	1
1	0

Если на входе схемы 0, то на выходе 1. Когда на входе 1, на выходе 0.

С х е м а   И - НЕ

Схема И-НЕ состоит из элемента И и инвертора и осуществляет отрицание результата схемы И.

$z = \overline{x \cdot y}$,

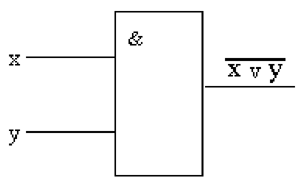


x	y	x · y
0	0	1
0	1	1
1	0	1
1	1	0

С х е м а   ИЛИ - НЕ

Схема ИЛИ-НЕ состоит из элемента ИЛИ и инвертора и осуществляет отрицание результата схемы ИЛИ.

$z = \overline{x \vee y}$,



x	y	$x \vee y$
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	0

Ханнанова С.Т. , учитель информатики и ИКТ высшей квалификационной категории,
«Лицей №78 им.А.С.Пушкина, город Набережные Челны, Республика Татарстан

Операция, выражаемая связками “*тогда и только тогда*”, "*необходимо и достаточно*”, “... *равносильно* ...”, называется *__эквиваленцией__* или ***двойной импликацией*** и обозначается знаком ↔ или **~.**
Высказывание А ↔ В истинно тогда и только тогда, когда значения А и В совпадают.

Операция, выражаемая связками “*если ..., то*”, “*из ... следует*”, “*... влечет ...*”, называется *__импликацией__* **(лат. *implico* — тесно связаны) и обозначается знаком →. Высказывание А → В ложно тогда и только тогда, когда А истинно, а В — ложно.**

Эквиваленция

A	B	A <=> B
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1

Импликация

A	B	A => B
0	0	1
0	1	1
1	0	0
1	1	1

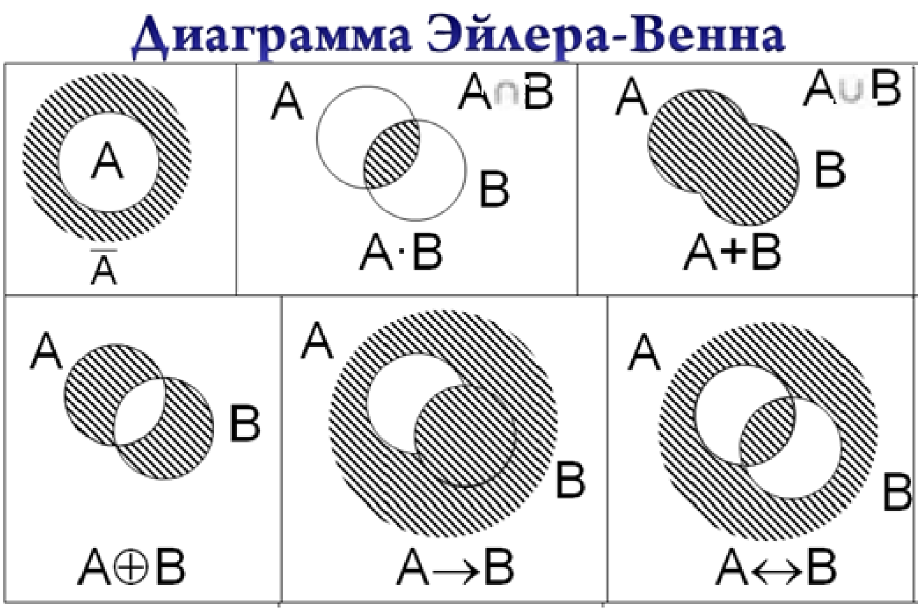
Порядок выполнения логических операций в сложном логическом выражении:

1) Инверсия
2) Конъюнкция
3) Дизъюнкция
4) Импликация
5) Эквивалентность

Связка	Название	Булева алгебра	Логика	Теория множеств	Название
И	конъюнкция	·	∧	∩	**Пересечение**
ИЛИ	дизъюнкция	+	∨	∪	**Объединение**
НЕ	отрицание	¬	¬	‾	**Дополнение**

Логика – это наука, изучающая законы и формы мышления.
Основными формами ***мышления*** являются ***понятие, высказывание, умозаключение***.
__Понятие -__ это форма мышления, фиксирующая основные, существенные признаки объекта.
__Высказывание__ – это основной элемент логики, повествовательное предложение (утверждение), содержание которого можно определить как истинное оно или ложное.
__Умозаключение__ – это форма мышления, с помощью которой из одного или нескольких суждений (посылок) может быть получено новое суждение (заключение).
*Если высказывание истинно при всех значениях входящих в него переменных, то такое высказывание называется **тождественно истинным или тавтологией** (обозначается константой 1).* ***A v ¬A***
*Если высказывание ложно при всех значениях входящих в него переменных, то такое высказывание называется **тождественно ложным** (обозначается константой 0).* ***A • ¬A***
*Если значения сложных высказываний совпадают на всех возможных наборах значений **входящих** в них переменных, то такие высказывания называют **равносильными**, или **тождественными**, или **эквивалентными**. **A=B.***

Наглядная геометрическая иллюстрация объемов понятий и отношений между ними была предложена математиком, физиком и астрономом Леонардом Эйлером (1707 -1781) и носит название кругов Эйлера.



Ханнанова С.Т. , учитель информатики и ИКТ высшей квалификационной категории,
«Лицей №78 им.А.С.Пушкина, город Набережные Челны, Республика Татарстан

Порядок составления таблиц истинности сложных выражений

1. Необходимо определить количество строк в таблице истинности.
   количество строк = 2^n, где n – количество логических переменных
2. Необходимо определить количество столбцов в таблице истинности, которое равно количеству логических переменных плюс количество логических операций.
3. Необходимо построить таблицу истинности с указанным количеством строк и столбцов, ввести названия столбцов таблицы в соответствии с последовательностью выполнения логических операций с учетом скобок и приоритетов;
4. Заполнить столбцы входных переменных наборами значений
5. Провести заполнение таблицы истинности по столбцам, выполняя логические операции в соответствии с установленной последовательностью.

Получение булева выражения по таблице

1. Выбрать значения переменных,   для которых значение функции равно 1;
2. Записать логическое умножение всех переменных для каждой строки, где F = 1 (если значение переменной равно 0, то берется ее отрицание);
3. Логически сложить полученные выражения;
4. Упростить полученное выражение.

Построение логических схем по булеву выражению:

1. определить число переменных;
2. определить количество логических операций и их порядок;
3. построить для каждой логической операции свою схему (если это возможно);
4. объединить логические схемы в порядке выполнения логических операций.

Построение булева выражения по логической схеме:

1. на выходе каждого логического элемента записать результат логической операции;
2. записать получившуюся формулу на выходе последнего элемента;
3. упростить получившуюся формулу.

<u>Переключательная схема</u> — это схематическое изображение некоторого устройства, состоящего из переключателей и соединяющих их проводников, а также из входов и выходов, на которые подаётся и с которых снимается электрический сигнал.

Функции проводимости F некоторых переключательных схем:

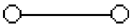
1) 

Схема не содержит переключателей и проводит ток всегда, следовательно F=1;

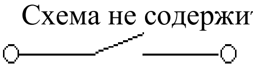
2) 

Схема содержит один постоянно разомкнутый контакт, следовательно F=0;

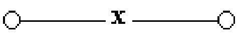
3) 

Схема проводит ток, когда переключатель x замкнут, и не проводит, когда x разомкнут, следовательно, F(x) = x;

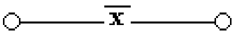
4) 

Схема проводит ток, когда переключатель x разомкнут, и не проводит, когда x замкнут, следовательно, F(x) = $\bar{x}$;

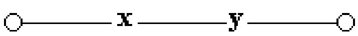
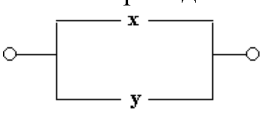
5) 

Схема проводит ток, когда оба переключателя замкнуты, следовательно, **F(x) = x·y;**



6)

Схема проводит ток, когда хотя бы один из переключателей замкнут, следовательно, **F(x)=x v y**

СИНТЕЗ СХЕМЫ по заданным условиям ее работы сводится к следующим трём этапам:

1. составлению функции проводимости по таблице истинности, отражающей эти условия;
2. упрощению этой функции;
3. построению соответствующей схемы.

АНАЛИЗ СХЕМЫ сводится к

1. определению значений её функции проводимости при всех возможных наборах входящих в эту функцию переменных.
2. получению упрощённой формулы.

Ханнанова С.Т. , учитель информатики и ИКТ высшей квалификационной категории,
«Лицей №78 им.А.С.Пушкина, город Набережные Челны, Республика Татарстан